

## Liga matematyczna 2023/2024 – zestaw V

### Zadanie 1

Udowodnij, że jeżeli równania  $x^2 + mx + n = 0$  i  $x^2 + px + q = 0$  mają wspólny pierwiastek, to:

$$(n - q)^2 - (m - p)(np - mq) = 0.$$

### Zadanie 2

Wykaż, że jeżeli długości  $a, b, c$  boków trójkąta spełniają warunek:  $a^2 = b^2 + bc$ , to w tym trójkącie miara kąta wewnętrznego leżącego naprzeciwko boku długości  $a$  jest dwa razy większa od miary kąta wewnętrznego leżącego naprzeciwko boku długości  $b$ .

### Zadanie 3

Rozwiąż równanie:  $\left[ \frac{1}{3}x + \frac{1}{3} \right] = \frac{x-1}{2}$ .

Symbol  $[a]$  oznacza największą liczbę całkowitą nie większą od  $a$ .

### Zadanie 4

Dany jest trójkąt  $ABC$ , w którym  $|AC| = |BC|$ . Na odcinku  $AC$  wybrano punkt  $D$ , który nie jest wierzchołkiem trójkąta  $ABC$ . Punkt  $S$  jest środkiem okręgu opisanego na trójkącie  $ABD$ . Wykaż, że punkty  $B, C, D, S$  leżą na jednym okręgu.

**Termin oddania rozwiązań**

**25.03.2024r.**